APRENDAMOS A LEER MATEMÁTICA
DIDÁCTICA MATEMÁTICA BASADA EN LA SEMIÓTICA
(OBJETOS Y ACTOS MATEMÁTICOS)

Alejandro Maturana Lorca

Chile – 2019

Propiedad intelectual 171103

Registro ISBN
www.aprendamosaleermatematica.cl
Es un producto

Índice

Parte II Objetos y Actos Matemáticos

Hemos planteado que cualquier conversación que llevemos a cabo se referirá a un objeto que puede estar a la vista o ausente, sin embargo de las muchas características a las que podríamos referirnos, consideraremos su contorno[1] y el espacio[2] que ocupa, tratando de asegurar además, que la audiencia cumpla determinados actos perceptivos, que dirigidos, permitan incorporar nuevos elementos llamados patrón y número, necesarios para objetos y actos que definiremos como matemáticos.

Iniciemos esta Parte II recordando cuando se dijo que, "percepción es un proceso de extracción y selección de información relevante encargado de generar un estado de claridad y lucidez consciente...", ¿pero, qué quiere decir para esta didáctica, estado de claridad y lucidez consciente?

Contestaremos la pregunta reconociendo el trabajo de Edmund Husserl que definió la fenomenología como la forma en que el sujeto observa al objeto desde su intencionalidad para ubicarlo en una perspectiva espacio – temporal, de manera que es consciente del objeto si es capaz de posicionarlo en un tiempo futuro porque puede hacer predicciones, relacionarlo con el presente porque puede manipularlo, o con el pasado, porque asocia recuerdos en que participó el objeto y sabe qué le sucedió.

Para que ocurra la intencionalidad a que hace referencia Husserl e incorporar los objetos y actos matemáticos que deseamos, es necesario considerar previamente, que la audiencia realice los siguientes actos perceptivos, los que además supondremos que fonetiza.

Actos perceptivos

Primer acto perceptivo (contorno)
El observador distingue los contornos o bordes de un objeto.

Primer supuesto de fonetización
El observador fonetiza los contornos o bordes de un objeto.

Segundo acto perceptivo (espacio)
El observador asocia la separación entre los contornos del objeto con el espacio que ocupa.

Segundo supuesto de fonetización
El observador fonetiza la asociación entre la separación de los contornos de un objeto y el espacio que ocupa.

Tercer acto perceptivo (parte)
El observador distingue entre el objeto y una parte del objeto.

Tercer supuesto de fonetización
El observador fonetiza cuando se trata de una parte de un objeto.

Cuarto acto perceptivo (repetición)
El observador reconoce si un objeto se repite.

Cuarto supuesto de fonetización
El observador fonetiza la repetición de un objeto.

Quinto acto perceptivo (cubrimiento)
El observador percibe si un objeto debe repetirse para cubrir el espacio que ocupa otro objeto.

[1] "Conjunto de las líneas que limitan una figura o composición". RAE.

[2] Lugar que abarca de manera que ningún otro objeto pueda ubicarse ahí.

Quinto supuesto de fonetización
El observador fonetiza la necesidad de repetir un objeto para cubrir a otro.

Sexto acto perceptivo (ausencia)
El observador reconoce la ausencia de un objeto.

Sexto supuesto de fonetización
El observador fonetiza la ausencia de un objeto.

Séptimo acto perceptivo (comparación)
Quien observa dos objetos, distingue como "pequeño" al que debe repetirse para cubrir el espacio ocupado por el otro o por una parte del otro, que será percibido como "grande".

Séptimo supuesto de fonetización
El observador fonetiza "pequeño" para referirse al objeto que debe repetirse o que queda ocupado por una parte del otro objeto, al que fonetiza "grande".

Estos siete actos perceptivos que orientan qué observar del objeto (contorno, espacio que ocupa, partes, si se repite o si está ausente) y cómo relacionarlo con otros (si cubre a otro, si es pequeño o más grande) se acompañarán de un octavo acto que requiere de la siguiente definición.

Definición2.1 Del patrón
Llamaremos patrón a cualquier recurrencia que posea un objeto o grupo de objetos.

Octavo acto perceptivo (objeto patrón)
El observador reconoce patrones en un objeto o grupo de objetos.

Octavo supuesto de fonetización
El observador fonetiza los patrones de un objeto.

Nota. Podemos decir, que el tercer acto perceptivo (de las partes), "refuerza" los demás, ya que si la audiencia logra cumplirlo, permite que vuelvan a;

- Reconocer el contorno de las partes.
- Reconocer el espacio que ocupan las partes.
- Reconocer la parte de una parte.
- Reconocer la repetición de una parte.
- Reconocer el cubrimiento por partes.
- Reconocer que falta una parte.
- Comparar partes.
- Reconocer objetos patrones en las partes.

En la medida que se desconozcan patrones de los objetos, las conversaciones versarán respecto de características que no necesariamente permiten hacer pre visualizaciones espacio – temporales de ellos, por lo que los actos perceptivos de los observadores requieren ser intencionados.

Supuestos de intención

Esta didáctica supone que quien modera o dirige la conversación, intenciona las siguientes acciones:

Primer supuesto de intención (construcción)
Intenciona la construcción de un objeto a través de la recurrencia de algún objeto patrón.

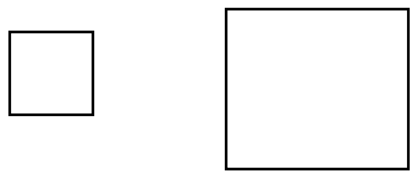
Segundo supuesto de intención (definición)
Intenciona la definición de un objeto a través de la descripción del objeto patrón que lo construye.

Tercer supuesto de intención (fonetización – notación)
Intenciona la fonetización y notación que representan la relación entre el objeto y el objeto patrón que lo construye.

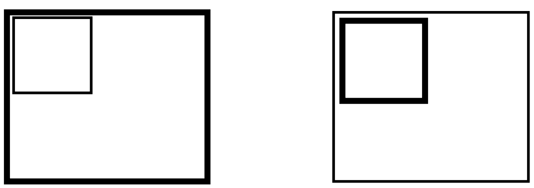
A continuación, Figura2.1 representa una secuencia de momentos didácticos que ejemplifican algunos de los actos perceptivos y supuestos de intención.

Figura2.1 Secuencia de momentos didácticos para desarrollar actos perceptivos y supuestos de intención.

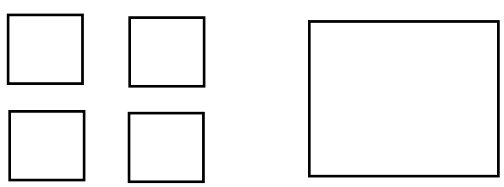
a) Moderador presenta dos objetos, detallando sus contornos y espacio que ocupan (primer y segundo acto perceptivo)



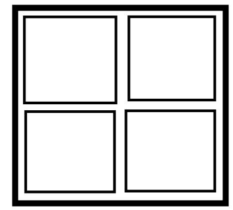
b) Moderador muestra que un objeto puede ser cubierto por otro (quinto acto perceptivo) lo que significa que es más pequeño y el otro más grande o viceversa (séptimo acto perceptivo)



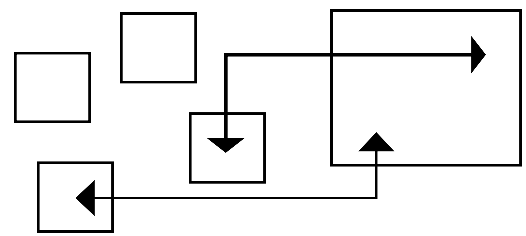
c) Moderador explica qué objeto debe repetirse para cubrir al otro (cuarto acto perceptivo)



d) Moderador muestra que no se requieren partes del objeto más pequeño para cubrir al más grande (tercer acto perceptivo)



e) Moderador intenciona la construcción de un objeto por recurrencia de otro disponiéndolo de determinada manera (primer supuesto de intención)



f) Moderador describe el hecho que un mismo objeto se repite para construir otro (segundo supuesto de intención y octavo acto perceptivo)

Sabiendo qué percibir e intencionar, falta asegurar que la conversación sea coherente, es decir que quien la dirija, asegure que no existan contradicciones, aspecto que tratamos a continuación.

Principios de coherencia

Diremos de una conversación didáctica es coherente, si cumple los siguientes principios:

Primer principio de coherencia (valor de verdad)
Las frases que se refieren al objeto son verdaderas o falsas.

Segundo principio de coherencia (recurrencia del patrón)
Él o los objetos tratados conservan la recurrencia del patrón que los caracteriza o define.

Tercer principio de coherencia (fonetización – notación)
La fonetización o notación de un objeto se puede componer y/o descomponer a partir de la fonetización o notación del objeto patrón que lo caracteriza o define.

Cuarto principio de coherencia (sentido)
La expresión verbal o escrita tiene sentido.

El aporte de estos principios es cumplir una doble función, de guiar la conversación y de sugerir cuándo y dónde hacer los análisis para reconstruirla o corregir en caso de incomprensión o desacuerdo entre los interlocutores.

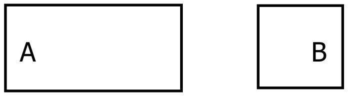
Si bien nos hemos referido de cierta manera coloquial respecto de las características de los objetos al decir que tienen contorno, ocupan espacio, están constituidos por partes, pueden repetirse, cubren a otros, pueden no estar, ser comparables y que algunos puedan ser patrones, disponemos de las herramientas necesarias para dar tratamiento didáctico a tres tipos de objetos y actos matemáticos que aborda esta didáctica: Geométrico, Aritmético y Algebraico.

Objeto y acto geométrico

Definición2.2 Del objeto geométrico
Un objeto será geométrico si podemos aplicar el primero, segundo, tercero, quinto y/o séptimo acto perceptivo sobre él.

Definición2.3 Del acto geométrico
Diremos que un sujeto ejecuta un acto geométrico entre dos objetos, si son geométricos y aplica el séptimo acto perceptivo sobre ellos.

A **modo de ejemplo**, considere dos objetos A y B como los que se muestran.



Diremos que A y B son objetos geométricos, porque se puede:

1) Distinguir sus contornos.
2) Contrastar y distinguir si ocupan el mismo espacio.
3) Fonetizar su diferencia de tamaños.

Podemos ver que aunque hablamos de objetos A y B, nos referimos al espacio del objeto B, que repetido, cubrirá el espacio del objeto A, por lo que introduciremos la siguiente definición.

Definición2.4 De la cantidad (cuántos caben o cubren exactamente)
Para cualquier par de objetos geométricos A y B, se tendrá que:

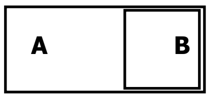
- Si B cabe exactamente en A, acordaremos denotar $\frac{A}{B} = 1$, fonetizando: "la cantidad de objetos B que cabe o cubre exactamente al objeto A, es uno", o, "la cantidad de figuras B que cubre exactamente a la figura A, es una".

Pudiendo ejecutar distintos actos geométricos sobre A y B ya que es posible prefigurar acciones para igualar sus tamaños, analizaremos cuando se trata de un mismo objeto:

- **Acto Geométrico 1**

Colocar objeto B (pequeño) dentro del objeto A (grande) hasta cubrirlo completamente.

Figura2.2 Cubrimiento de objeto A con objetos B



La figura muestra que al terminar de colocar el objeto pequeño B en el espacio que ocupa el objeto grande A, no cubre completamente al objeto A.

Nos detendremos aquí para hacer dos observaciones.

Observación 2.1. De cómo expresarse el moderador

Basados en el complemento al concepto de razonamiento, se recomienda que la primera forma de expresarse del moderador sea a través de un lenguaje constructivo, consistente en escribir simultáneamente la notación que representa lo que verbaliza y que se refiere a lo que sucede en ese momento al objeto que observa la audiencia.

La segunda forma de expresarse del moderador debería ser a través de un lenguaje descriptivo, que ocurrirá después que ha escrito el texto, pudiendo detenerse en algunos elementos particulares y contrastar lo fonetizado con los diagramas que representen a los objetos y la relación que subyazca entre ellos.

De esta manera, para la notación $\frac{A}{B} = 1$ correspondiente a cuántos caben, el moderador después de haber fonetizado y escrito la notación respectiva, podrá describir que; la raya que separa a los objetos significa dividir o fraccionar en partes iguales al objeto grande, que el objeto que cubre va debajo de la raya de división o fracción en partes iguales, que el objeto cubierto va sobre la raya de división o fracción en partes iguales, que el signo $=$ corresponde a “es”, que el signo 1 corresponde a “un” objeto B, “una” figura B, “uno” de los objetos B, o que fue insuficiente con “aquél” o “ese” objeto B, o “esa”, o “aquella” figura B, y que será necesario “otro” objeto B u “otra” figura B.

Observación 2.2. De la construcción de Tablas de Verbalización

Por propiedad notación – fonetización, construimos la siguiente Tabla.

Tabla1. Notación - Fonetización para “cantidad de... que cabe en...”

notación	fonetización
$\frac{A}{B}$	cantidad de objetos B que caben exactamente en objeto A o cantidad de objetos B que cubren exactamente a objeto A
1	uno, una
$=$	es

Estas Tablas forman parte de la implementación de la didáctica, se presentan al inicio de cada conversación, se enriquecen en su transcurso y ayudan al moderador a cumplir el tercer supuesto de intención.

Volviendo a la Figura2.2, la experiencia alcanzada en el proceso de construcción de esta didáctica[3], indica que lo pertinente es que el moderador construya y grafique la siguiente secuencia de actos noéticos para "cuántos caben":

Primer acto noético: Desarrollar la explicación considerando $\prod_{\mathbf{PE}}$

Detallar las relaciones entre $F_O - N_O$ y $N_O - F_O$ a través de tres acciones:

Acción 1. Particularizar con un mismo objeto gráfico, diciendo:

Si $\square$ representa a un objeto cualquiera:

$\frac{\square}{\square} = 1$ "la cantidad de veces que un objeto cabe en sí mismo, es una".

$\frac{\square\square}{\square} = 2$ "la cantidad de veces que un objeto cabe en otros dos objetos iguales a él, es dos".

$\frac{\square\square\square}{\square} = 3$ "la cantidad de veces que un objeto cabe en tres objetos iguales a él, es tres".

$\frac{\square\square\square\square}{\square} = 4$ "la cantidad de veces que un objeto cabe en cuatro objetos iguales a él, es cuatro".

Acción 2. Modificar el objeto gráfico, continuando la secuencia y diciendo:

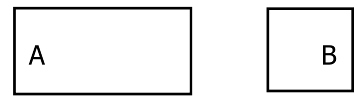
Si $*$ representa a otro objeto cualquiera:

$\frac{*****}{*} = 5$ "la cantidad de veces que un objeto cabe en cinco objetos iguales, es cinco".

$\frac{******}{*} = 6$ "la cantidad de veces que un objeto cabe en seis objetos iguales, es seis".

Acción 3. Aplicar primer principio de la notación (equivalencia) incorporando la notación que representa a los objetos, diciendo:

Sean los objetos A y B los que se muestran a continuación:



$\frac{A}{B} \neq 1$ "la cantidad de veces que el objeto B cabe en el objeto A es distinta de uno".

$\frac{A}{B} \neq 2$ "la cantidad de veces que el objeto B cabe en el objeto A es distinta de dos".

$\frac{A}{B} = 3$ "la cantidad de veces que el objeto B cabe en el objeto A es tres".

Si bien se han detallado las verbalizaciones de cada expresión, Observación 2.1 nos orienta para realizar con más detalle la exposición.

En efecto, muestre el objeto geométrico a la audiencia.

- Uso de lenguaje constructivo
  - Escriba lentamente cada notación al momento de fonetizarla (debe ser de tal velocidad que la audiencia logre leerla e identificarla como distinta de la demás notación)

[3] Fundamentada en Parte V, Modelo Conversacional.

- Tome el objeto geométrico y ejecute la acción que ha escrito (para la expresión $\frac{\square}{\square} = 1$, es decir, tome el objeto □ y manipúlelo de manera tal que la audiencia vea que efectivamente cabe una vez en sí mismo, y así sucesivamente con las demás expresiones.

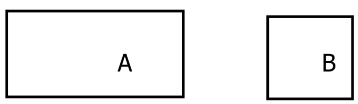
- Uso de lenguaje descriptivo

  - Considere la expresión escrita $\frac{A}{B} \neq 1$, las figuras A y B (físicas) y haga lo siguiente:

    ✓ Envuelva con lápiz de color la raya que separa A y B.

$$\frac{A}{B} \neq 1$$

✓ Tome las figuras A y B.



✓ Pregunte cómo se relaciona dicha raya con las figuras.

✓ Superponga la figura A sobre la figura B (como es más grande, B quedará tapada)

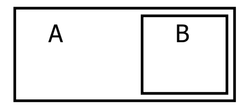
✓ Pregunte: ¿la expresión representa esta situación? ¿vamos a ver cuántas figuras A cubren exactamente a la figura B?

✓ Antes que la audiencia conteste, superponga la figura B sobre la figura A y pregunte, ¿o la expresión representa cuántas figuras B cubren exactamente a la figura A?

✓ Explique que la notación muestra que el objeto A, es decir el espacio o superficie que ocupa el objeto A, será cubierto por el objeto B o espacio que ocupa el objeto B, en partes iguales.

✓ Deje el objeto B sobre el objeto A

✓ Muestre que el objeto A no ha sido cubierto completamente por el objeto B.



✓ Envuelva con lápiz de color la notación de distinto.

$$\frac{A}{B} \neq 1$$

Segundo acto noético: Clarificar lo percibido considerando $\prod_{PA}$

"El hecho que B se deba repetir para cubrir al objeto A, significa que a **un** objeto B hay que **agregarle otro** objeto B, e**s decir** habrán **dos** objetos B".

1 B **+ 1** B **= 2** B

Construida la expresión, puede describirla, remarcando cada signo como se muestra a continuación:

- **1** B + 1 B = 2 B
al objeto B, a **un** objeto B, a **ese** objeto B, a **aquel** objeto B,

- 1 B **+** 1 B = 2 B
agregamos, sumamos, adicionamos, adjuntamos,

- 1 B + **1** B = 2 B

otro, ese, aquel objeto B**, otra, esa, aquella, una** figura B,

▪ $1\,B + 1\,B \mathbf{=} 2\,B$

totalizando, es decir,

$1\,B + 1\,B = \mathbf{2}\,B$

dos objetos o figuras B.

Llevando todas estas verbalizaciones a una sola Tabla, podemos tener la Tabla2 siguiente:

Tabla2. Tabla1 enriquecida

notación	fonetización
$\frac{A}{B}$	cantidad de objetos B que caben en objeto A o cantidad de objetos B que cubren a objeto A
1	uno, una, un, otro, al, ese, aquel, otra, esa, aquella
=	es, totalizando, es decir
+	agregamos, sumamos, adicionamos, adjuntamos
2	dos

Como vemos, el moderador ha desarrollado un constructo visual – fonológico (Definición1.5), reforzado el constructo auditivo – verbal (Definición1.13), explicado, porque intenciona conciliar sus reconocimientos visuales con los de la audiencia (Definición1.17), articulado frases (Definición1.19), cumplido las propiedades de notación – fonetización, de secuencia objeto – fonetización – notación y de consideración tri – didáctica del objeto.

Definición2.5 De la vez

Decir una vez B, significa decir que hay un objeto B, o que el objeto B está o se encuentra una vez.

Análogamente, decir que hay un objeto B, o que el objeto B se encuentra una vez, significa decir una vez B.

Notación La notación de un objeto B es 1B o B
La notación de una vez B es $1 \bullet B$

Por Definición2.5, tendremos: $B = 1B = 1 \bullet B$

Definición2.6 De las veces

Decir n veces B, significa decir que hay n objetos B o que el objeto B está o se encuentra n veces.

Análogamente, decir que hay n objetos B, o que el objeto B se encuentra n veces, significa decir n veces B.

Notación La notación de n objetos B es **nB**
La notación de n veces es $\mathbf{n \bullet B}$

Por Definición2.6, tendremos $\mathbf{nB} = \mathbf{n \bullet B}$

De esta manera, el primer acto geométrico analizado muestra que:

$$A = 2\,B = 2 \bullet B$$

Con esta última definición, estamos en condiciones de ampliar la Definición2.4.

Definición2.4.1 De la cantidad (cuántos caben o cubren exactamente)
Para cualquier par de objetos A y B, se tendrá que:

- Si se necesitan n objetos B (iguales en todo) para cubrir exactamente al objeto A, acordaremos denotar $\frac{A}{B} = n$, fonetizando "la cantidad de objetos B que cabe o cubre exactamente al objeto A, es n" o, "la cantidad de figuras B que cubre exactamente a la figura A, es n".

Finalizado el primer acto geométrico y recordando Definición2.1 que plantea el concepto de patrón como cualquier recurrencia que posea un objeto o grupo de objetos, vemos que el objeto A ha quedado cubierto por dos objetos B, que colocados de manera continua, forman A, pudiendo entonces decir que B es un objeto patrón cuya recurrencia construye objetos A, necesitándose de dos objetos patrones B para construir un objeto A.

Como lo analizado ha sido con el objeto geométrico a la vista, a continuación lo haremos al revés, es decir, colocaremos una expresión y la interpretaremos.

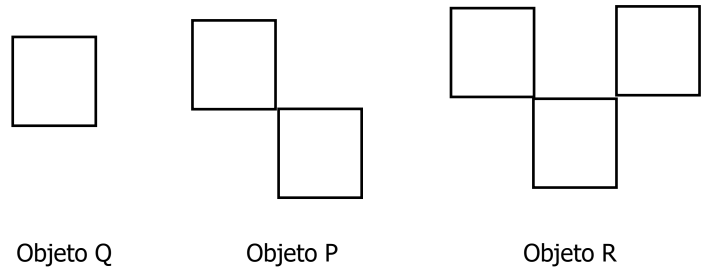
Ejercicio 1

Trate de interpretar la expresión: $\frac{P}{Q} + \frac{R}{Q}$

Por la Definición1.24 de sentido, al interpretar la expresión $\frac{P}{Q} + \frac{R}{Q}$, podemos decir:

"bajo un contexto de objetos geométricos, en donde hay objetos P, Q y R, a la cantidad de objetos Q que caben en el objeto P, agregamos la cantidad de objetos Q que caben en el objeto R".
Un diagrama que represente la expresión podría ser el que se muestra a continuación.

Figura 2.3 Análisis de $\frac{P}{Q} + \frac{R}{Q}$ para los siguientes objetos geométricos



Podemos comprobar para esta posible representación de objetos Q, P y R, que la cantidad de objetos Q que caben en el objeto P es dos, es decir, $\frac{P}{Q} = 2$, y que la cantidad de objetos Q que caben en el objeto R es tres, es decir $\frac{R}{Q} = 3$, por lo que se tendrá que $\frac{P}{Q} + \frac{R}{Q} = 5$.

Entendiendo que el moderador se dirige a una audiencia diversa y necesita evaluar continuamente si lo que dice se comprende, se presenta una serie de acciones distribuidas en competencias que llamaremos del lenguaje, que le permiten pesquisar si la audiencia comprende lo que dice, y que aprovecharemos de explicitar a través de este Ejercicio 1.

Competencias del lenguaje

Las competencias del lenguaje que considera esta didáctica son; conciencia fonológica, incremento del vocabulario, paráfrasis, reconocimiento de los elementos de un texto y argumentación.

- **Conciencia fonológica**

Asegurar que cualquier verbalización que ocupe, esté contextualizada, en lo posible se pueda imaginar la mayor cantidad de elementos que la componen, asociar a la vida cotidiana y factible de ser dibujada.

Como hemos visto a lo largo del texto, forma parte fundamental de esta didáctica, en este caso la redacción se inicia planteando el contexto y se ocupan términos que pueden ser imaginados (caber dentro) y además, se dibuja un caso posible.

- **Incremento del vocabulario**

Incorporar la mayor cantidad de verbalizaciones para una misma notación.

Esta competencia cumple la función de dar a conocer al lector que la notación que en ese momento fonetiza, puede tener otras verbalizaciones, lo que significa que una misma notación participa en contextos completamente diferentes.

En este caso, la palabra cabe cuenta con varios sinónimos, como por ejemplo, situar, enmarcar, situar, etc.

- **Paráfrasis**

Llevar a expresiones de uso común de la audiencia lo que quiera decir.

Esta competencia se complementa con la anterior, su finalidad es darle un formato coloquial a las expresiones, que la audiencia (lector) la pueda reconocer porque el lenguaje le es familiar.

En este caso, aprovechando los sinónimos de la palabra cabe, se pueden escribir variadas redacciones, como por ejemplo, la cantidad de objetos Q que pueden situarse, ponerse, ubicarse o posicionarse exactamente dentro del objeto P.

- **Reconocimiento de los elementos del texto**

Detenerse en cada notación del texto, asegurando que las fonetizaciones guardan relación con el contexto de los objetos y actos matemáticos que se llevan a cabo.

Esta competencia ayuda al moderador a descomponer la explicación que fundamenta el sentido del texto a través del análisis de cada notación que lo construye y de cómo se relaciona dicha notación entre sí.

En esta expresión podemos decir que Q, P y R son objetos geométricos y recordar qué significa aquello, remarcar aspectos que sean relevantes como por ejemplo que ocupan espacio y se encuentran delimitados, recordar que observar la notación es observar al objeto (primer principio de notación), detenerse en una expresión compuesta como $\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{Q}}$ y hacer generalizaciones escribiendo otras expresiones similares verbalizándolas con la audiencia, como $\frac{\text{plato}}{\text{galletas}}$, y por último hacer una síntesis del texto, que para la expresión $\frac{\mathbf{P}}{\mathbf{Q}} + \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{Q}}$ podría ser que se trata de sumar la cantidad de veces que cabe un mismo objeto en otros dos distintos.

- **Argumentación**

Se basa en la aplicación de todas y cada una de las competencias anteriores para justificar lo que se hace y los resultados que se obtienen.

Habiendo presentado y relacionado objetos completos a través de "cuántos caben", analizaremos partes iguales de objetos.

Partes iguales de un objeto

El tercer acto perceptivo plantea que al observar un objeto se puede reconocer si se trata de un objeto completo (entero) o si se trata de un pedazo, trozo o parte de otro objeto, por lo que a continuación analizaremos partes de un objeto, complementando Definición2.4 de cuántos caben.

Definición2.7 De la división en partes iguales

Un objeto está divido en partes iguales, si cada una de dichas partes está contenida (o cabe) exactamente una vez en cada una de las demás partes iguales, y además, al unir todas las partes iguales, se reconstruye el objeto de manera completa o entera.

De esta manera, podemos decir que un objeto está dividido en dos, tres, cuatro,..., n partes iguales.

Notación Dividir A en dos partes iguales, se denota $A \div 2$
Dividir A en tres partes iguales, se denota $A \div 3$
Dividir A en cuatro partes iguales, se denota $A \div 4$
Dividir A en n partes iguales, se denota $A \div n$

Definición2.7.1 De la mitad
Llamamos mitad o medio de un objeto, a la parte del objeto que unida a otra parte exactamente igual a ella, construyen el objeto.

Notación La notación de mitad es $\frac{}{2}$

Definición2.7.2 De la tercera parte
Llamamos tercera parte o tercio de un objeto, a la parte del objeto que unida a otras dos partes exactamente iguales a ella, construyen el objeto.

Notación La notación de tercera parte o tercio es $\frac{}{3}$

Definición2.7.3 De la cuarta parte
Llamamos cuarta parte o cuarto de un objeto, a la parte del objeto que unida a otras tres partes exactamente iguales a ella, construyen el objeto.

Notación La notación de cuarta parte o cuarto es $\frac{}{4}$

De manera general, podemos considerar la siguiente definición.

Definición2.7.4 De la enésima parte
Llamamos enésima parte de un objeto, a la parte del objeto que unida a otras (n – 1) partes exactamente iguales a ella, construyen el objeto.

Notación La notación de enésima parte es $\frac{}{n}$

Nota. Aunque pueda aceptarse usar indistintamente ÷ o — como notación equivalente para la repartición en partes iguales, esta didáctica recomienda hacer la distinción entre la acción de dividir el objeto en partes iguales (÷) y el resultado de dicha acción, es decir la parte o partes del objeto que se considera de la división en partes iguales (—)

Lo anterior, se basa en el hecho que podemos nombrar solo una división del objeto en partes iguales (se divide en dos, tres, cuatro,...) en cambio, podemos referirnos a una o varias de esas partes iguales ($\frac{1}{2}$ la mitad o una mitad, $\frac{2}{2}$ dos mitades, $\frac{3}{2}$ tres mitades, $\frac{4}{2}$ cuatro mitades,...), aspecto relevante que aporta a facilitar el reconocimiento de los elementos del texto por parte del lector. (Parte III lo aborda en extenso).

Observación 2.3 De "y", la "coma" y el "silencio"
Si hay un grupo de objetos de entre los cuales deseamos escoger alguno o algunos de ellos, lo que hacemos es indicarlos o señalarlos mientras los designamos como escogidos, fonetizando "ese" o "aquel" indistintamente, produciéndose un silencio entre cada escogencia, silencio que denotamos con una coma, salvo cuando terminamos de escoger, en donde decimos "y ese" o "y aquel" para designar al último objeto.

A modo de ejemplo, si decimos: ese canario **,** aquel perro **,** ese gato **y** ese loro, los silencios que hacemos entre cada designación se representan por comas que reemplazan a "y", indicando que se **agregan** otros objetos.

Lo anterior nos lleva a considerar bajo una misma notación los términos: agregar, coma e y, puesto que representan lo mismo.

Tabla 3. Notación – Fonetización para "agregar", "y", "silencio"

notación	fonetización
+	agregar y
,	silencio

Puede suceder, que en vez de verbalizar "ese" o "aquel", digamos "uno **de** esos", " dos **de** esos", "tres **de** aquellos", etc. lo que significa que escogemos uno **y** otro **y** otro,... de un mismo objeto, es decir que el objeto se escoge una cierta cantidad de veces.

Análogamente, para referirse a una parte del objeto o una parte de partes, también usará "de" o "del" indistintamente según sea el caso puesto que estará haciendo referencia a una fracción de veces.

Para ejemplificar, supongamos la siguiente expresión:

"La mitad de las tres cuartas partes del objeto"

Reescrito, queda; $\frac{1}{2} \bullet \frac{3}{4} \bullet \textbf{objeto}$

Definición2.8 De "de" y "del"

"de" o "del" significan vez o veces, dependiendo de si se hace referencia a la escogencia de uno o varios de un mismo objeto, o a una o a varias partes de un mismo objeto.

Notación La notación de "de" y "del", es •

Tabla 4. Notación – fonetización para "vez", "veces", "de", "del"

notación	fonetización
•	vez veces de del

Para terminar este Acto Geométrico 1, aclararemos que, aunque la coma no se nombra, su silencio significa agregar. Consideremos un ejemplo apoyado por la Tabla 5.

Tabla 5. Notación – Fonetización para cientos, miles y millones

notación	fonetización
00	ciento(s)
000	mil
000 000	millón(es)

Ejemplo. La verbalización de la expresión 300 + 40 + 5 es:

"tres cientos, cuarenta y cinco"

A continuación, analizaremos el mismo Acto geométrico 1, pero considerando que un objeto grande cubre a otro pequeño.

- **Acto Geométrico 2**

Basados en las mismas figuras anteriores, colocar parte de objeto A (grande) dentro del objeto B (pequeño) hasta cubrirlo completamente.

Es claro que carece de sentido decir "¿cuántos objetos A caben en el objeto B?", sin embargo sí tiene sentido decir, "¿qué parte del objeto A cabe, cubre, queda contenida en el objeto B?".

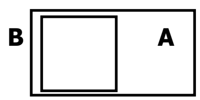
Vimos que dos objetos B construyen un objeto A, es decir;

$$2 \bullet \mathrm{B} = \mathrm{A}$$

Entonces, por Definición2.7.1, B es la mitad de A, lo que escribimos:

$$\mathrm{B} = \frac{1}{2} \bullet \mathrm{A}$$

Figura2.4 Cubrimiento de objeto B con objeto A



La figura muestra que al colocar el objeto grande A sobre el objeto pequeño B, no solo lo cubre completamente sino que sobra una parte del objeto A.

Recordamos que, aunque hablamos de objetos A y B, nos referimos a la parte del espacio del objeto A que cubre el espacio del objeto B.

Tendremos que la parte del objeto A que cubre al objeto B es su mitad, una mitad o la mitad, es decir:

$$\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} = \frac{1}{2}$$