



APRENDAMOS A LEER MATEMÁTICA
DIDÁCTICA MATEMÁTICA BASADA EN LA SEMIÓTICA
(CONSIDERACIONES LINGÜÍSTICAS)

Alejandro Maturana Lorca

Chile – 2019



Propiedad intelectual 171103

Todos los derechos reservados.

Prohibida su reproducción total o parcial por cualquier medio.

Registro ISBN

www.aprendamosaleermatematica.cl

Es un producto 



Índice

| | |
|--|----------|
| Parte IV Consideraciones Lingüísticas | 4 |
| ▪ Preguntas 1, 2, 3, 4, 5 y 6 | |
| Semiótica y Fundamentos Lingüísticos | 5 |
| ▪ Significado de las palabras y formación de conceptos, Lev Vygotsky | |
| ▪ Significado de las expresiones lingüísticas, Ludwig Wittgenstein | |
| ▪ Pragmática, Charles Morris | |
| ▪ Estructuralismo Lingüístico, Ferdinand de Saussure | |
| ▪ Máximas Conversacionales, Paul Grice | 6 |
| ▪ Actos de Habla, Jhon Austin | |
| ▪ Gramáticas Generativa y Transformacional, Indicadores Sintagmáticos y Modelo Estándar, Noam Chomsky | 7 |
| ▪ Gramática Sistémico Funcional, Michael Halliday | 9 |



Parte IV Consideraciones Lingüísticas

Antes de presentar las ideas o marco teórico que fundamentan esta Parte IV, se plantean seis preguntas sencillas que, teniendo en cuenta lo visto, invitamos a contestar, recordando que esta didáctica reconoce como premisa básica para la construcción de razonamientos, comprender lo que se escucha, lee, dice y escribe¹.

Pregunta 1. Lea la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

¿Qué juicio puede formular según su lectura?

Pregunta 2. Indique cómo leer lo envuelto en óvalo rojo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

Pregunta 3. Indique qué rol cumplen los signos envueltos en óvalo rojo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

Pregunta 4. Sintetice la expresión:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

Pregunta 5. Argumente gráficamente por qué se cumple la igualdad:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3} = 8$$

Pregunta 6. ¿Considera que su argumento ayuda a construir algún juicio? ¿Por qué?

¹ En caso de ser necesario, revise Parte I donde se explica qué entendemos por razonamiento y juicio.



Semiótica y fundamentos lingüísticos

Aunque hemos analizado los componentes verbales que construyen textos matemáticos y tratado de comprender la estructura de la decodificación que los relaciona de manera que tengan sentido, es necesario comprender que en su conjunto, siguen siendo expresiones lingüísticas, por lo que, para reforzar el marco teórico de esta didáctica, los textos matemáticos deben cumplir el planteamiento de cada uno de los siguientes ocho lingüistas; Lev Vygotsky, Ludwig Wittgenstein, Charles Morris, Ferdinand de Saussure, Paul Grice, Jhon Austin y Noam Chomsky y Michael Halliday.

- **Del trabajo de Lev Vygotsky** considerar dos aspectos, el primero, el significado de las palabras, que obliga a repensar cómo hablar para lograr relacionar objetos y algoritmos con definiciones y procesos intelectivos, y el segundo aspecto, la formación de conceptos, que obliga analizar el material sensorio que se aplique para ayudar a desarrollar los constructos mentales que permitan identificar y caracterizar definiciones, propiedades o algoritmos verbalizados.

- **De Ludwig Wittgenstein** considerar su significado de las expresiones lingüísticas, esto es que; "solo pueden ser identificadas en referencia a las situaciones de uso posible", siendo las situaciones de uso posible a las que nos referiremos y recomendaremos siempre, aquellas que cada docente reconozca como significativas para sus estudiantes, es decir que vivencien o puedan vivenciar al conocerlas porque están contextualizadas, de manera que la notación que componga dichas expresiones pueda ser decodificada con sentido por el lector.

De esta manera, al presentar una expresión como:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

o cualquier otra, deberá haberse planificado con antelación la situación a la que hace referencia (contexto) y que además sea posible de ser representada gráficamente.

- **Considerar la postura de Charles Morris** respecto de la pragmática, que la definió como la relación de los signos con los intérpretes. Esta didáctica construye dicha relación como "frase que expresa el mismo contenido que otra, pero con diferente estructura sintáctica" y que al momento de planificar las clases se recomienda tener en cuenta al considerar no solo las verbalizaciones que se empleen para "acomodar" el lenguaje a la edad de los estudiantes, sino también respecto de su cultura y formas de hablar, la que si bien podrá ser corregida cuando se refiera a equívocos relacionados a los textos que se enseñen, deberá ser respetada cuando se trate de su forma natural o social.

- **Del Estructuralismo Lingüístico de Ferdinand de Saussure** se deben considerar tres aspectos:

- La naturaleza del signo lingüístico, esto es que no une una cosa con un nombre sino un concepto con una imagen acústica.
- La interdependencia que propone respecto de los signos (notación)
- Su teoría del valor lingüístico, esto es que las palabras quedan definidas por sus relaciones con las demás.

Para aclarar lo anterior, aplicaremos estos tres elementos a la expresión que hemos venido analizando:

- La estructura lingüística o frase estará referida a un contexto que supondremos geométrico.
- El contexto se referirá a conceptos, que en este caso serán rectángulos y cuadrados.
- La notación o signos para escribir, expresará lo que sucede a los elementos del concepto, pudiendo referirse a varios de ellos o a partes de varios de ellos (que se muestran a continuación en óvalos rojos).



De esta manera, tendremos:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4 \cdot 2}{2 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 3}$$

- Contexto : Geométrico
- Concepto (s) : Rectángulos y Cuadrados
- Notación y verbalización:

| | | | |
|--------------|---|--|-------|
| • Rectángulo | { | rectángulo de largo uno y ancho cuatro | 1 • 4 |
| | | rectángulo de largo uno y ancho dos | 1 • 2 |
| | | rectángulo de largo uno y ancho tres | 1 • 3 |

| | | | |
|------------|---|---------------------------------------|-----|
| ² Cuadrado | { | cuadrado de lados con longitud cuatro | 4 ² |
| | | cuadrado de lados con longitud dos | 2 ² |
| | | cuadrado de lados con longitud tres | 3 ² |

Usted podrá notar que:

- ✓ la naturaleza del signo lingüístico relaciona conceptos con imágenes acústicas (• con rectángulos, ² con cuadrados)
- ✓ hay interdependencia de los signos (dado el objeto geométrico, se entregan sus medidas)
- ✓ los términos o palabras deben relacionarse con sentido para que la expresión tenga significado.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\text{rectángulo}_A}{\text{rectángulo}_B} + \frac{\text{cuadrado}_C}{\text{cuadrado}_D} + \frac{\text{cuadrado}_E}{\text{rectángulo}_F}$$

En este caso, rectángulos A y B, cuadrados C y D, cuadrado E con rectángulo F quedan relacionados entre sí, y a su vez, dichas relaciones se verbalizarán de manera tal, que la expresión, en su extensión, tenga sentido, quedando el término $\left[\frac{1}{2} \cdot \right]$ pendiente de análisis.

• **De Paul Grice**, aunque modificadas para nuestro interés didáctico, se deben considerar sus **máximas conversacionales** de cantidad, relevancia, modo y aceptación.

✓ Cantidad: en esta didáctica, se referirá al enfoque lector y su comprensión de manera gradual. Revise los conceptos de frase y tamaño de frase en Parte III.

En el ejemplo que estamos desarrollando, podrá observar que en una primera etapa se leyeron y reconocieron rectángulos y cuadrados, posteriormente se decodificó la relación entre ellos; “cantidad de rectángulos que caben en o cantidad de cuadrados de caben en”, para en una tercera lectura, relacionar dichas cantidades.

✓ Relevancia: la relevancia tiene que ver con la importancia o interés que pueda generar la conversación que se planifique para enseñar determinados contenidos, de ahí que para esta didáctica es fundamental conocer a la audiencia, sus intereses, gustos y dificultades de aprendizaje, de manera que se sientan involucrados en cada conversación que se desarrolle.

✓ Modo: tiene que ver en cómo se plantean, desarrollan y dirigen las conversaciones, recordando siempre que serán llevadas a forma escrita a través de notación específica para cada verbalización, por lo que nos ayudaremos de la Observación 2.1 (Parte II) de cómo expresarse el moderador.

Respecto de las conversaciones que planteamos en clases y que previamente han sido planificadas para cumplir con los principios de coherencia (Parte II) que permitan abordar de mejor manera un concepto, partes de un concepto,



un algoritmo o cualquier materia de interés curricular, deben transcurrir de manera tal, que guiados por los tres planos particulares (Parte I), podamos identificar objetos y actos matemáticos para redactar textos matemáticos, pero además, para reconocer si cumplimos los supuestos de intención (Parte II) y la secuencia de actos noéticos (Parte I) se condicen con lo planificado, consideraremos los actos de habla locutivo (acto físico de producir una emisión), ilocutivo (intención o propósito al expresar la emisión) y perlocutivo (lo que se consigue al proferir la expresión) **de John Austin**, y que en el ejemplo desarrollado corresponde a haber pensado en cómo relacionar figuras geométricas de manera que unas queden dentro de otras.

♦ **De Noam Chomsky** se deben reconocer aspectos de sus gramáticas generativa y transformacional, indicadores sintagmáticos y su modelo estándar.

- ✓ De la gramática generativa, que el hablante no se limita a repetir frases que ha escuchado sino que es capaz de crear nuevas expresiones con significado en función de las necesidades que tenga, que entiende lo que otros hablan aun cuando no lo haya oído con anterioridad y que el conocimiento de los signos (notación) y sus reglas generan competencias al hablante – oyente.

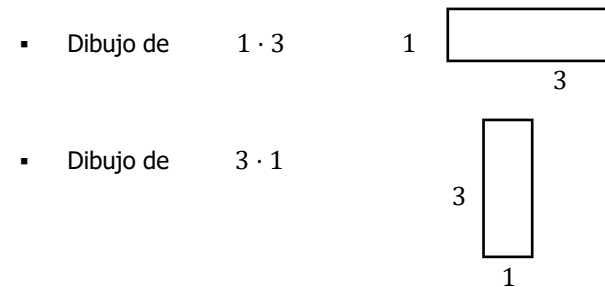
En el ejemplo que venimos desarrollando, bastará con los rectángulos mostrados para que los estudiantes puedan crear y entender otros, como por ejemplo:

$$6 \cdot 9 \quad 1^2 \quad 20 \cdot 9 \quad 30^2$$

- ✓ De la gramática transformacional, reconoceremos que el hablante conoce un número limitado de signos y reglas que le permiten crear un número infinito de oraciones, aspecto que esta didáctica aprovecha complementando la lectura y escritura, analizando propiedades de los

conceptos y elementos e incorporando generalizaciones del concepto que esté tratando.

Ejemplo de complemento de lectura, escritura y análisis de propiedades:



- Observamos que las expresiones se refieren a un mismo rectángulo que se encuentra girado en 90°. (Revise Parte III)
- ✓ Para incorporar generalizaciones del concepto que se está tratando, esta didáctica aborda la notación de cantidades (valores) desconocidas, a modo de ejemplo:

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> a) $L \cdot 3$ b) $5 \cdot A$ c) $L \cdot A$ | <ul style="list-style-type: none"> rectángulo de largo desconocido y ancho tres. rectángulo de largo cinco y ancho desconocido. rectángulo de largo y ancho desconocidos. |
|---|--|

Nota: observe que el orden de lectura y escritura es: centro – izquierda – derecha².

² La didáctica enseña a leer y escribir matemática, lo que exige seguir el orden de la decodificación que se vaya haciendo, lo que muchas veces lleva a leer de arriba hacia abajo o de otra forma como este caso.



✓ El concepto de indicadores sintagmáticos o árboles generativos de Chomsky, orientó la categorización de cualquier contenido en alguna de las siguientes categorías verbales o combinaciones de ellas³:

- L_K conjunto de interpretación de cantidades
- L_R conjunto de interpretación de referencias o características
- L_D conjunto interpretación de definiciones (conceptos)
- L_P conjunto interpretación de procesos
- L_B conjunto de interpretación de relaciones

Para el texto que venimos analizando, consideraremos:

- L_{DG2} (verbalizaciones geométricas en dos dimensiones) = { • rectángulo ; 2 cuadrado }
- L_{KN} (verbalizaciones de cantidades enteras) = { 1 la, uno; 2 dos; 3 tres; 4 cuatro }
- L_{KQ} (verbalizaciones de fracciones) = { $\frac{1}{2}$ mitad }
- L_{RV} (verbalizaciones de referencias verbales) = { • de, del; ÷ cantidad de }
- L_{DO+} (verbalizaciones operación +) = { + y, agregar }

✓ Por último, del modelo estándar de Chomsky se reconocieron sus tres componentes:

- Sintáctico : relaciones formales de los signos entre sí.
- Semántico : relaciones entre signos y objetos a los que aplican.
- Fonológico : el que se asoció a la conciencia fonológica de Saussure.

Para $\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$ tendremos:

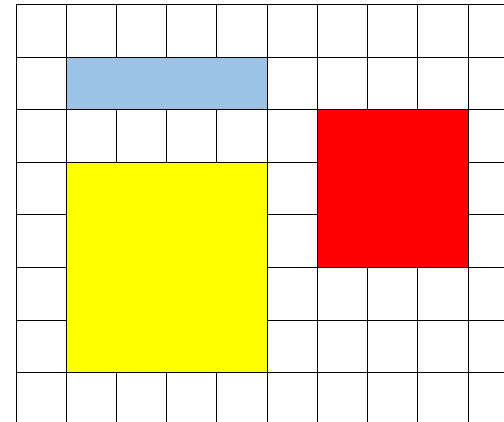
- Componente sintáctico:

parte $\cdot \frac{\text{concepto geométrico } 1}{\text{concepto geométrico } 2} + \frac{\text{concepto geométrico } 3}{\text{concepto geométrico } 4} + \frac{\text{concepto geométrico } 5}{\text{concepto geométrico } 6}$

- Componente semántico – fonológico:

Finalmente, podemos leer la expresión que venimos desarrollando: "a la mitad de la cantidad de rectángulos de lados uno y dos que caben en un rectángulo de lados uno y cuatro, agregamos la cantidad de cuadrados de lado dos que caben en un cuadrado de lado cuatro y la cantidad de rectángulos de lados uno y tres que caben en un cuadrado de lado tres".

- Construyamos un rectángulo de lados uno y cuatro (celeste), un cuadrado de lado cuatro (amarillo) y un cuadrado de lado tres (rojo), como se muestra a continuación.

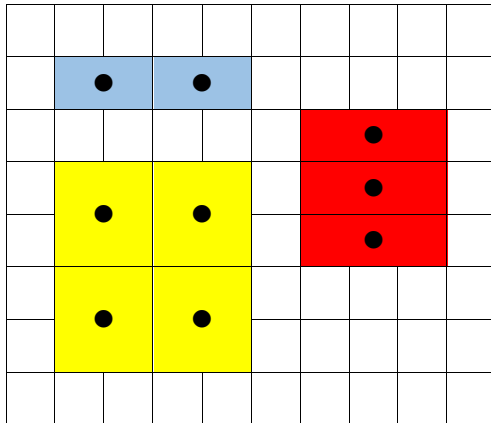


- Para cada figura de color, identificamos cuántas de las otras figuras (dadas en cada denominador de la expresión matemática) caben en su interior, preguntándonos: ¿cuántos rectángulos de lados uno y dos caben en el rectángulo celeste?, ¿cuántos cuadrados de lados dos caben en el cuadrado amarillo? y ¿cuántos rectángulos de lados uno y tres caben en el cuadrado rojo?

³ En Parte III Postulados Verbales, se detallaron cada una de ellas como las combinaciones que generan.

Releyendo el texto, observamos que una parte de la cantidad de rectángulos de lados uno dos, es la que se considera “la mitad de” rectángulos de lados uno y dos que caben en un rectángulo de lados uno y cuatro, como queda en la descripción siguiente

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$



Contando los puntos, encontramos un total de nueve, sin embargo como debemos solamente considerar la mitad de la cantidad de rectángulos de lados uno y dos que caben en el rectángulo de lados uno y cuatro (que son dos) totalizamos ocho puntos, es decir,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3} = 8$$

Al iniciar este apartado se presentó un texto y se plantearon preguntas específicas respecto de sus elementos constituyentes y sentido, esto no es casual para esta didáctica porque construye el conocimiento a través del **modelo gramatical sistémico funcional** de **Michael Halliday**, puesto que lleva al lector a buscar en los elementos del texto aquellas opciones de combinaciones que le den sentido, para lo cual debe comprender cómo se encuentra estructurado en función del conocimiento que tiene de estructuras sintácticas y contextos anteriores.

